№№ 74—75.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ:

Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. для гимназій мужскихъ и женскихъ, реальныхъ училищъ, прогимназій, городскихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій; Гл. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-учебныхъ заведеній.

№№ 1-48 ОДОБРЕНЫ
Уч. Ком. при Св. Синодѣ для духовныхъ семинарій и училищъ.

VII Семестра №№ 2-й и 3-й.

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнеревъ и К°, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Бибиковскій бульваръ, домъ № 8-б.
1889.

Содержаніе № 74.

Содержаніе № 75.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ НА
„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“
СЪ ПЕРЕСЫЛКОЮ:

на годъ—всего 24 №№ . . . . . **6** рублей | на полугодіе—всего 12 №№ . . . **3** рубля.

NB. Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Учителя нач. училищъ и всѣ учащіеся, при непосредственныхъ сношеніяхъ съ редакціей, могутъ подписываться на льготныхъ условіяхъ:

на годъ . . . . **4** рубля | на полугодіе. . . . **2** рубля.

Годовая подписка принимается только съ 1-го января, а полугодовая—только на учебные семестры, съ 1-го января и съ 20-го августа.

Допускается разсрочка подписной платы.

Отдѣльные комплекты №№ за истекшіе учебные семестры (I, II, III, IV, V и VI) продаются по 2 р. 50 к., а льготнымъ подписчикамъ и книгопродавцамъ по 2 р. за каждый.

Полный комплектъ всѣхъ 72 №№ журнала, вышедшихъ до 20-го авг. 1889 года, продается подписчикамъ и книгопродавцамъ за 12 рублей.

За перемѣну адреса подписчики уплачиваютъ 10 коп.

При покупкѣ собственныхъ изданій редакціи „Вѣстника“ подписчики пользуются 20% уступки съ цѣны съ пересылкой, объявленной въ каталогѣ изданій.

Условія помѣщенія объявленій
на обертках №№ „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“:

Вся страница—**6** рублей; $^1/_2$ стр.—**3** рубля; $^1/_3$ стр.—**2** рубля; $^1/_4$ стр.—**1** рубъ **50** коп.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы.

Подписчики „Вѣстника“ при помѣщеніи своихъ объявленій пользуются 20% уступки.

Условія сотрудничества:

Всѣ читатели журнала приглашаются быть сотрудниками и корреспондентами.

Сотрудничество не даетъ права на даровой экземпляръ журнала.

Денежнаго гонорара за статьи редакія никому не платитъ.

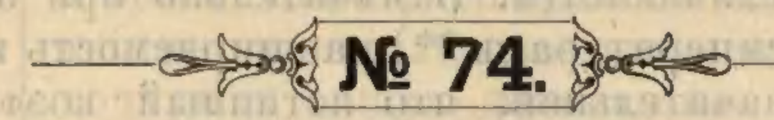
Редакція не беретъ на себя обязательства обратной пересылки присылаемыхъ авторами рукописей, и на вопросы касательно времени печатанія статей, причинъ ихъ непомѣщенія и пр. всегда отвѣчать не обѣщаетъ.

Чертежи къ статьямъ должны быть возможно простые, тщательно исполненные на отдѣльной бумагѣ (а не въ текстѣ рукописи) и возможно малыхъ размѣровъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, высылается, въ случаѣ если они того пожелаютъ, 5 экз. тѣхъ №№ „Вѣстника“, въ которыхъ статьи напечатаны, или—взамѣнъ этого—25 отдѣльныхъ оттисковъ безплатно. Отдѣльные оттиски въ большемъ количествѣ экземпляровъ могутъ быть заготовлены за счетъ авторовъ, при условіи своевременнаго о томъ извѣщенія редакціи.

Адресъ: Кіевъ, Редакція „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“, Паньковская № 23.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 74.

VII Сем. 1 Сентября 1889 г. № 2.

О ГАЗООБРАЗНОМЪ И ЖИДКОМЪ состоянiи тѣлъ.

(Продолженiе) *).

IV.

Расширенiе жидкостей.

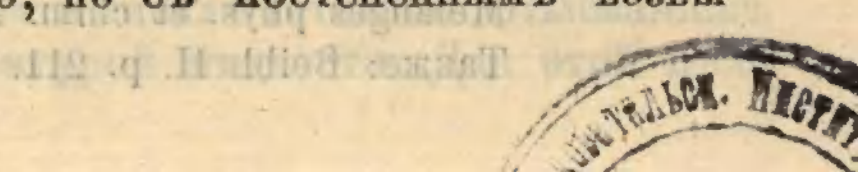
Расширенiе жидкостей представляетъ собою одно изъ наиболѣе обстоятельнымъ образомъ изслѣдованныхъ явленiй, которое уже съ очень давнихъ поръ привлекало вниманiе различныхъ ученыхъ. Если мы временно исключимъ воду, которая, какъ извѣстно, вблизи температуры отвердѣванiя представляетъ замѣчательныя аномалiи, то всѣ жидкости съ увеличенiемъ температуры увеличиваютъ свой объемъ. Но такъ какъ объемъ, занимаемый какимъ-нибудь тѣломъ, не зависитъ только отъ температуры, но обусловливается также и давленiемъ, которому испытуемое тѣло подвержено, то для того, чтобы изучить влiянiе одной температуры на расширенiе жидкостей слѣдуетъ такъ приспособиться къ наблюденiямъ, чтобы давленiе впродолженiе всего опыта оставалось безъ измѣненiя. Впрочемъ, надо при этомъ замѣтить, что большого постоянства въ давленiи на самомъ дѣлѣ не требуется, такъ какъ жидкости обладаютъ ничтожною сжимаемостью, такъ что значительныя измѣненiя въ давленiи сопровождаются вообще лишь ничтожными измѣненiями въ объемѣ.

Обыкновенно расширенiе жидкостей изучаютъ при атмосферномъ давленiи, но при подобнаго рода наблюденiяхъ нельзя, очевидно, подымать температуру выше обыкновенной температуры кипѣнiя, такъ какъ при этой уже температурѣ жидкость переходитъ въ газообразное состоянiе.

Но можно, подвергая испытуемую жидкость болѣе значительнымъ давленiямъ, задержать кипѣнiе и продолжать изслѣдовать расширенiе и при значительно болѣе высокихъ температурахъ, доходя такимъ образомъ до критической, что, очевидно, представляетъ для теорiи жидкостей особенно значительный интересъ.

Опытомъ найдено, что при низкихъ температурахъ расширенiе жидкостей, вообще говоря, незначительно, но съ постепеннымъ возвы-

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 65, 67, 69, 71.



шенiемъ температуры расширяемость жидкостей увеличивается. Такимъ образомъ истинный коэффицiентъ расширенiя жидкостей, подъ которымъ подразумѣваютъ отношенiе безконечно малаго приращенiя объема къ соотвѣтствующему безконечно малому приращенiю температуры *), не остается какъ для газовъ величиной почти независимой отъ температуры, но въ данномъ случаѣ, наоборотъ, съ возвышенiемъ температуры, вообще говоря, значительно увеличивается. Замѣчательно при этомъ то, что при достаточно высокихъ температурахъ **) расширяемость жидкостей можетъ сдѣлаться настолько значительной, что истинный коэффицiентъ расширенiя жидкости превыситъ даже обыкновенный коэффицiентъ расширенiя газовъ, что и придаетъ вопросу о расширенiи жидкостей при высокихъ температурахъ особенно важное значенiе.

Этимъ именно вопросомъ занимались Drion ***), Hirn †), Grimaldi ††), Авенарiусъ †††), и другiе. Послѣднiй изъ нихъ изучалъ, напримѣръ, расширенiе жидкостей подъ давленiемъ, равнымъ критическому давленiю.

Чтобы иллюстрировать на примѣрѣ измѣняемость истиннаго коэффицiента расширенiя жидкостей съ температурой, приведемъ слѣдующiй численный примѣръ, заимствованный изъ очень обстоятельныхъ изслѣдованiй Grimaldi надъ расширенiемъ обыкновеннаго этиловаго эфира.

Въ слѣдующей таблицѣ α представляетъ собою истинный коэффицiентъ расширенiя эфира при постоянномъ давленiи, соотвѣтствующемъ столбу ртути въ 25 метровъ высоты. Мы видимъ отсюда, что истинный коэффицiентъ расширенiя при 100° почти вдвое больше коэффицiента расширенiя при 0°. Чтобы представить ходъ измѣняемости истиннаго коэффицiента расширенiя съ температурой при еще болѣе высокихъ температурахъ, мы воспользуемся наблюденiями Drion'а надъ расширенiемъ жидкаго сѣрнистаго ангидрида (SO_2). Эти наблюденiя не отличаются большою точностью, но за то они характерны въ томъ отношенiи, что показываютъ нагляднымъ образомъ какихъ значительныхъ величинъ истинный коэффицiентъ расширенiя жидкостей можетъ при высокихъ температурахъ достигнуть. Дѣйствительно, мы знаемъ, что средняя величина коэффи-

Этиловый эфиръ.
Обыкновен. темп. кипѣнiя +34°,9Ц.

t.	α.
0°Ц.	0,001449
20	0,001567
40	0,001753
60	0,002032
80	0,002319
100	0,002679

*) Когда объемъ жидкости при 0°Ц представляетъ собою единицу объема.

**) Слово „высокая температура" есть понятiе относительное и надо всегда его понимать по отношенiю къ критической температурѣ соотвѣтствующей жидкости. Такъ, напримѣръ, температура въ 25°Ц. будетъ очень высокая температура для жидкой углекислоты

***) Ann. de Chem. et de Phys. (3). 56. p. 5.

†) Ann. de Chem. et de Phys. (3). 10. p. 32.

††) Atti dell'Accademia Gioenia di Catania. (3). 18. Также: Rend. della R. Acc. dei Lincei. 1886. Sed. del 4 Aprile.

†††) Bull. de l'Ac. Imp. des Sciences de St. Pétersburg. 24. p. 525;
Mélanges phys. et chim. 10. p. 697.
Также: Beibl. II. p. 211.

Сѣрнистый ангидридъ. Обыкновен. темп. кипѣнія —10°Ц.	
t.	Истинный коэффиц. расширенія.
0°	0,00173
30	0,00219
50	0,00259
70	0,00318
90	0,00415
110	0,00592
130	0,00957

ціента расширенія газовъ равна 0,00367; изъ приведенной-же таблицы мы видимъ, что истинный коэффиціентъ расширенія жидкаго сѣрнистаго ангидрида при 130° почти втрое больше коэффиціента расширенія газовъ.

Таковы въ общихъ чертахъ основныя свойства и особенности расширенія жидкихъ тѣлъ. Обратимся же теперь къ изслѣдованіямъ, имѣвшимъ цѣлью найти точную и общую зависимость между объемомъ и температурой жидкости, а также и къ первымъ попыткамъ создать раціональную теорію расширенія жидкостей.

Мы уже видѣли въ § II, что для всякаго тѣла должно имѣть мѣсто основное уравненіе слѣдующаго вида:

$$F(p, v, t)=0,$$

характеризующее состояніе тѣла и выражающее зависимость между температурой и объемомъ.

Исходя изъ газообразнаго состоянія, мы разсмотрѣли тогда нѣсколько уравненій состоянія и пришли такимъ образомъ къ нѣкоторымъ болѣе общимъ выраженіямъ, какъ Van der Waals'a, Clausiusa, имѣвшимъ передъ другими уравненіями то значительное преимущество, что въ извѣстныхъ предѣлахъ они могли быть также примѣнены къ изученію свойствъ жидкихъ тѣлъ. Теперь-же мы пойдемъ обратнымъ путемъ и обратимся прямо къ жидкостямъ и разсмотримъ, въ какомъ положеніи находится въ настоящее время вопросъ о нахожденіи вида этой неизвѣстной функціи F. Полное знаніе этой функціи и представляетъ собою вмѣстѣ съ тѣмъ рѣшеніе основного вопроса теоріи жидкостей; но до такого полнаго рѣшенія мы еще очень далеки. Такъ какъ жидкости обладаютъ вообще чрезвычайно малою сжимаемостью, то значительныя измѣненія въ давленіи *p* сопровождаются лишь ничтожными измѣненіями объема *v*, и потому главныя усилія ученыхъ были всегда направлены къ тому, чтобы отыскать зависимость между *v* и *t*, при нѣкоторомъ постоянномъ давленіи *p*; при этомъ, вообще говоря, всѣ постоянныя величины, входящія въ ту или другую формулу расширенія, надо всегда разсматривать, какъ нѣкоторыя функціи давленія, хотя численная величина этихъ коэффиціентовъ на самомъ дѣлѣ и очень мало измѣняется съ измѣненіемъ самаго давленія. Что это дѣйствительно такъ, мы увидимъ нѣсколько ниже, разсматривая теорію Авенаріуса, который изучалъ, напримѣръ, расширеніе эфира не только при постоянномъ давленіи, равномъ критическому, но и при перемѣнномъ давленіи, равномъ въ каждый моментъ соотвѣтствующей упругости насыщенныхъ паровъ. Коэффиціенты въ формулахъ, построенныхъ для обоихъ этихъ случаевъ, мало отличаются другъ отъ друга, не смотря на то, что условія, при которыхъ производились тѣ и другія наблюденія, очевидно, совершенно различны.

Мы займемся такимъ образомъ почти исключительно отысканіемъ зависимости между объемомъ и температурой жидкости. Для этой цѣли

было предложено очень много различныхъ выраженій, но мы займемся только главными изъ нихъ. Большинство этихъ уравненій носитъ исключительно эмпирическій характеръ, а потому они и имѣютъ сравнительно очень мало теоретическаго интереса, представляя собою ничто иное, какъ болѣе или менѣе удачныя интерполяціонныя формулы. Только за уравненіями de Heen'a и Weilenmann'a можно признать раціональный, теоретическій характеръ, а потому мы на этихъ двухъ теоріяхъ впослѣдствіи нѣсколько дольше и остановимся.

Обыкновенно, принимая объемъ тѣла при 0° за 1, выражаютъ расширеніе жидкостей слѣдующей параболической формулой:

$$v=1+at+bt^2+ct^3+ \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

ограничиваясь въ ней большимъ или меньшимъ числомъ членовъ. Оригинальнаго въ этой формулѣ ровно ничего нѣтъ; мы знаемъ, что V есть функція температуры, а всякую функцію можно въ извѣстныхъ предѣлахъ перемѣнной разложить въ рядъ по степенямъ t. Формула (1) и выражаетъ такимъ образомъ ничто иное, какъ эту основную теорему математики.

Мы видѣли раньше, что истинный коэффиціентъ расширенія съ возвышеніемъ температуры увеличивается. Выведемъ теперь изъ формулы (1) элементарнымъ путемъ выраженіе для этого истиннаго коэффиціента расширенія.

Положимъ, что когда температура увеличилась на $\triangle t$ градусовъ, объемъ жидкости v сдѣлался равнымъ $v+\triangle v$. Надо теперь, согласно съ опредѣленіемъ истиннаго коэффиціента расширенія α, построить отношеніе $\frac{\triangle v}{\triangle t}$ и перейти затѣмъ къ предѣлу, сдѣлавъ $\triangle t$ безконечно малымъ; предѣлъ, къ которому стремится при этомъ эта дробь и представляетъ собою величину искомаго истиннаго коэффиціента расширенія.

$$v+\triangle v=1+a(t+\triangle t)+b(t^2+2t.\triangle t+\overline{\triangle t}^2)+$$
$$+c(t^3+3t^2.\triangle t+3t.\overline{\triangle t}^2+\overline{\triangle t}^3)+. \; . \; . \; . \; . \; .(2)$$

Вычитая (1) изъ (2) и дѣля все на $\triangle t$, получимъ:

$$\frac{\triangle v}{\triangle t}=a+2bt+b\triangle t+3ct^2+3ct.\triangle t+c\overline{\triangle t}^2+ \ldots\ldots$$

Въ предѣлѣ $\triangle t, \triangle t^2$ и пр. сдѣлаются безконечно малыми величинами; a, b и c остаются по прежнему конечными, слѣдовательно мы будемъ имѣть:

$$\alpha=\text{пр.}\frac{\triangle v}{\triangle t}=a+2bt+3ct^2+ \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Мы видимъ, такимъ образомъ, что истинный коэффиціентъ расширенія жидкостей не остается какъ для газовъ величиной почти постоянной, но есть, также какъ и объемъ v, нѣкоторая параболическая функція температуры.

Но выраженія типа уравненія (1) пригодны лишь въ сравнительно

узкихъ предѣлахъ температуры, если только ограничиваться малымъ числомъ членовъ разложенія. Вообще говоря, чѣмъ меньше данная формула содержитъ постоянныхъ величинъ, подлежащихъ опредѣленію изъ наблюденій, тѣмъ совершеннѣе можно ее признать.

Въ этомъ отношеніи особеннаго вниманія заслуживаетъ уравненіе Авенаріуса, которое, содержа лишь малое число постоянныхъ, передаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ расширеніе жидкостей въ очень широкихъ предѣлахъ температуры. Мы только что видѣли, что истинный коэффиціентъ расширенія жидкостей при очень высокихъ температурахъ растетъ весьма быстро вмѣстѣ съ температурой, при чемъ по достиженіи критической точки жидкость необходимымъ образомъ должна перейти въ газообразное состояніе, имѣя при этомъ стремленіе занять по возможности большій объемъ. Эта замѣчательная особенность перехода жидкостей, при нѣкоторой достаточно высокой температурѣ, въ парообразное состояніе присуща всѣмъ жидкостямъ, а потому и были сдѣланы попытки отмѣтить этотъ фактъ въ формулахъ расширенія и выдѣлить въ нихъ рельефнѣе значеніе критической температуры. Въ этомъ отношеніи формула Авенаріуса и представляетъ особенный интересъ. По Авенаріусу объемъ жидкости v, находится въ слѣдующей трансцендентной зависимости отъ температуры t:

$$v=a-b\lg(t_k-t), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

гдѣ t_k представляетъ собою критическую температуру жидкости, а a и b суть нѣкоторыя постоянныя величины.

Для $t=t_k$, $v=\infty$. При нѣсколько меньшихъ-же температурахъ истинный коэффиціентъ расширенія долженъ, какъ легко видѣть изъ этого выраженія, рости весьма быстро, вмѣстѣ съ температурой, что и находится въ полномъ согласіи съ дѣйствительнымъ ходомъ расширенія жидкостей.

Для этиловаго эфира, находящагося подъ давленіемъ своихъ собственныхъ паровъ, мы имѣемъ, согласно съ Авенаріусомъ *),

$$v=2{,}4509-0{,}6328\lg(192{,}6-t)\text{**}).$$

Когда-же эфиръ подверженъ постоянному давленію, равному критическому, то

$$v=2{,}3475-0{,}5898\lg(192{,}6-t).$$

Справедливость и общность формулы Авенаріуса подтвердилась впослѣдствіи какъ изслѣдованіями Жука***) надъ этиловымъ спиртомъ и сѣрнистымъ ангидридомъ (SO_2) и наблюденіями, произведенными Каннегиссеромъ, Дьячевскимъ****) и въ самое послѣднее время Косоноговымъ

*) Bull. de l'Ac. Imp. de Sciences de St. Pétersbourg. 24. p. 525; Mélanges phys. et chim. 10. p. 697. 1877. Beibl. II. p. 211.

**) Критическая температура эфира по Авенаріусу 192°,6. Зайончевскій-же даетъ нѣсколько иное число 190,0. См. таблицу въ предыдущемъ §.

***) Ж. Р. Ф. Х. О. 13. стр. 239. 1881; Beibl. VI. p. 86.

****) Ж. Р. Ф. Х. О. 16. стр. 304. 1884; Beibl. VIII. p. 808.

въ кіевской физической лабораторіи, надъ расширеніемъ діэтиламина, хлористаго этила, и муравьинаго метила такъ и новѣйшими наблюденіями Grimaldi *).

Менделѣевъ **), исходя изъ общихъ соображеній объ однообразіи расширенія жидкостей, далъ слѣдующее простое выраженіе для объема жидкости въ функціи ея температуры·

$$v = \frac{1}{1-kt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Эта формула содержитъ одну лишь постоянную величину k и отличается замѣчательной простотой, но эта простота идетъ все таки въ ущербъ ея общности. Дѣйствительно, формула Менделѣева приложима лишь въ сравнительно узкихъ предѣлахъ температуры, такъ что нельзя ни въ какомъ случаѣ допустить, чтобы она выражала собою общій законъ расширенія жидкостей. Это уравненіе было подвержено обстоятельной критикѣ итальянскими физиками Bartoli и Stracciati ***), при чемъ ими было обращено вниманіе на слѣдующее важное обстоятельство, говорящее совсѣмъ не въ пользу теоріи Менделѣева.

$\frac{1}{1-kt}$ можно разложить въ рядъ по возрастающимъ степенямъ kt; тогда объемъ жидкости представится въ слѣдующемъ видѣ:

$$v = 1 + kt + k^2t^2 + k^3t^3 + \ldots\ldots$$

Сравнивая эту формулу съ обыкновенными формулами типа:

$$v = 1 + at + bt^2 + ct^3 + \ldots\ldots,$$

которыми обыкновенно и пользуются для представленія расширенія жидкостей, слѣдовало-бы заключить, что второй коэффиціентъ b равенъ квадрату перваго, третій коэффиціентъ c равенъ кубу перваго и т. д. Но такого общаго соотношенія между коэффиціентами параболической формулы расширенія на самомъ дѣлѣ совсѣмъ и не существуетъ. Бываютъ наоборотъ даже случаи, когда нѣкоторые коэффиціенты отрицательны; такъ напримѣръ для хлорала (C_2HCl_3O) по Корр'у †)

$$a = 0{,}0009545 \qquad b = -0{,}00002214.$$

А это совсѣмъ уже противорѣчитъ смыслу уравненія (5).

Формулу Менделѣева можно получить, какъ показалъ Коноваловъ ††), и изъ общаго уравненія состоянія Van der Waals'a при томъ допущеніи, что работа расширенія на каждый градусъ температуры не зависитъ отъ

*) Atti dell' Accad. Gioenia. di Catania (3). 18.

**) Beibl. VIII. p. 477; Chem. Ber. 17. Ref. p. 129. 1884.

***) Gazz. Chim. Italiana. 14. p. 527. 1884.

†) Tabellen von Landolt unn Börnstein. p. 65 Berlin. 1883.

††) Beibl. XI. p. 420; Ж. Р. Ф. Х. О. (8). 18 p. 395. 1886.

абсолютной величины самой температуры. Въ этомъ предположенiи Коноваловъ находитъ *):

$$p(v-v_0)+a\left(\frac{1}{v_0}-\frac{1}{v}\right)=Rt, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(6)$$

гдѣ v представляетъ объемъ при температурѣ t, а v_0 при температурѣ 0°Ц. Если $a=0$, то мы имѣемъ законъ Гей-Люсака для расширенiя газовъ. Въ жидкостяхъ-же, наоборотъ, p, въ сравненiи съ молекулярнымъ давленiемъ $\frac{a}{v^2}$, вообще говоря, чрезвычайно мало. Мы увидимъ впослѣдствiи, въ послѣднемъ §, что это молекулярное давленiе измѣряется тысячами атмосферъ, такъ что въ уравненiи (6) первымъ членомъ можно совершенно пренебречь. Для этого случая мы будемъ имѣть:

$$a\left(\frac{1}{v_0}-\frac{1}{v}\right)=Rt$$

или

$$\frac{v}{v_0}=\frac{1}{1-\frac{Rv_0}{a}t}=\frac{1}{1-kt},$$

а это и есть ничто иное, какъ уравненiе Менделѣева.

Обратимся теперь къ теорiи de Heen'a **). Эта теорiя, хотя и зиждется на одной остроумной, но далеко еще не очевидной гипотезѣ, представляетъ тѣмъ не менѣе довольно значительный интересъ, какъ болѣе или менѣе удачная попытка получить законы расширенiя жидкихъ тѣлъ, исходя изъ закона элементарнаго взаимодѣйствiя частицъ.

De Heen кладетъ въ основанiе своей теорiи слѣдующее основное предположенiе, что одинаковымъ приращенiямъ температуры соотвѣтствуютъ одинаковыя работы расширенiя. Это предположенiе тождественно съ тѣмъ допущенiемъ, которое дѣлаетъ Коноваловъ, выводя формулу Менделѣевя изъ основного уравненiя Van der Waals'a. Далѣе de Heen предполагаетъ, что сила, съ которой двѣ частицы жидкой массы притягиваются, измѣняется обратно пропорцiонально n-ой степени ихъ относительнаго разстоянiя. Обозначимъ это среднее разстоянiе частицъ чрезъ r, а силу, съ которой двѣ частицы притягиваются, когда онѣ находятся именно въ этомъ удаленiи r одна отъ другой, чрезъ f. По гипотезѣ de Heen'a работа расширенiя пропорцiональна измѣненiю температуры, слѣдовательно, обозначая очень малое измѣненiе этого средняго разстоянiя r чрезъ $\triangle r$, а соотвѣтствующее измѣненiе температуры чрезъ $\triangle t$, мы будемъ имѣть слѣдующее основное уравненiе:

$$f.\triangle r=k.\triangle t, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

гдѣ k есть нѣкоторый коэффицiентъ пропорцiональности.

*) Интегрируя выраженiе $\left(p+\frac{a}{v^2}\right)dv=RdT$.

**) Essai de physique comparée. Bruxelles. 1883. p. 74. Bulletin de l'Ac. Roy. de Belgique. (3). 4. p. 528. 1882. Ann. de Chim. et. de Phys. (6). 5. p. 83.

Но такъ какъ съ другой стороны

$$f=\frac{k_1}{r^n},$$

то слѣдовательно

$$\frac{\triangle r}{r^n}=\frac{k}{k_1}.\triangle t \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Линейное разстояніе двухъ частицъ, очевидно, пропорціонально корню третьей степени изъ объема тѣла v. Мы можемъ слѣдовательно положить:

$$r=k_2 v^{1/_3}.$$

Отсюда уже легко получить соотвѣтствующее выраженіе и для $\triangle r$. $\triangle r$ есть разность двухъ среднихъ разстояній r и r_1, соотвѣтствующихъ объемамъ v и v_1.

$$\triangle r=r_1-r=k_2\left\{v_1^{1/_3}-v^{1/_3}\right\}=k_2\left\{(v+\triangle v)^{1/_3}-v^{1/_3}\right\}=$$

$$=k_2\left\{v^{1/_3}\left(1+\frac{\triangle v}{v}\right)^{1/_3}-v^{1/_3}\right\}$$

Разлагая $1+\frac{\triangle v}{v}$ въ рядъ по биному Ньютона и пренебрегая по малости $\triangle v$ членами съ $\triangle v^2$, $\triangle v^3$ и т. д., мы получимъ

$$\triangle r=k_2.\frac{1}{3}.\frac{\triangle v}{v^{2/_3}}.$$

Подставляя эти выраженія для r и $\triangle r$ въ уравненіе (8), мы будемъ имѣть:

$$\frac{\triangle v}{v^{\frac{n+2}{3}}}=a\triangle t$$

или

$$\frac{\triangle v}{\triangle t}=av^{\frac{n+2}{3}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

гдѣ a есть нѣкоторая новая постоянная величина.

De Heen, собственно говоря, выводитъ свое уравненіе нѣсколько иначе, а именно, онъ замѣняетъ предыдущее выраженіе (формула 8):

$$\frac{\triangle r}{\triangle t}=\frac{k}{k_1}r^n$$

слѣдующимъ:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}=av^{n/3} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (10)$$

Мнѣ это не кажется достаточно мотивированнымъ, хотя въ сущности это обстоятельство совсѣмъ и не существенно, такъ какъ показатель при v въ правой части уравненія опредѣляется все равно изъ наблюденій.

Итакъ, если мы обозначимъ этотъ неизвѣстный показатель чрезъ m и, переходя къ предѣлу, ограничимся безконечно малыми приращеніями v и t, то получимъ слѣдующее основное уравненіе расширенія:

$$\frac{dv}{dt}=av^{m} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (11)$$

Это уравненіе показываетъ намъ, что $\frac{dv}{dt}$ пропорціонально m-й степени объема, занимаемаго жидкостью, при чемъ еще, если мы за единицу объема возьмемъ объемъ данной массы жидкости при 0°Ц, постоянная величина a представитъ собою ничто иное, какъ истинный коэффиціентъ расширенія жидкости при температурѣ тающаго льда.

Уравненіе (11) представляетъ такимъ образомъ по теоріи de Heen'a дифференціальное уравненіе расширенія жидкостей. Изъ него легко получить и соотвѣтствующее выраженіе для самаго объема жидкости v въ функціи ея температуры t.

$$v=\sqrt[m-1]{\frac{1}{1-(m-1)at}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ (12)$$

Это уравненіе, за исключеніемъ коэффиціента расширенія при 0°Ц. a, содержитъ еще *одну* лишь постоянную величину m, подлежащую опредѣленію изъ наблюденій. Въ этомъ отношеніи, равно какъ и благодаря своему раціональному характеру, формула de Heen'a имѣетъ несравненно болѣе важное теоретическое значеніе, чѣмъ большинство другихъ формулъ расширенія.

Примѣняя свою теорію къ изслѣдованію расширенія различныхъ жидкостей de Heen находитъ, что если принять $m=7/3$, то уравненіе (11) очень хорошо согласуется съ наблюденіями. Отсюда уже de Heen выводитъ, исходя изъ формулы (10), что $n=7$, т. е., что молекулы притягиваются обратно пропорціонально 7-ой степени ихъ относительнаго разстоянія. Этотъ выводъ мнѣ кажется не совсѣмъ правильнымъ, такъ какъ слѣдуетъ для опредѣленія n пользоваться не формулой (10), какъ дѣлаетъ de Heen, а формулой (9); тогда окажется, что n равно всего только 5-ти, что по моему мнѣнію гораздо болѣе вѣроятно.

О законѣ измѣняемости притяженія двухъ молекулъ съ измѣненіемъ ихъ относительнаго разстоянія существуютъ различныя теоріи. Такъ напримѣръ, Sutherland *) находитъ, что молекулы притягиваются обратно

*) Phil. Mag. (5) 22. p. 81. 1886; Beibl. XI. p. 319. Phil. Mag. (5). 24. p. 113 и 168. 1887; Beibl. XII. p. 321. Phil. Mag. (5) 27. p. 305. April. 1889.

пропорціонально 4-ой степени разстоянія; другой-же изслѣдователь P. Bohl *) въ недавно появившейся очень интересной работѣ доказываетъ, что и мельчайшія частицы матеріи слѣдуютъ, точно такъ-же какъ и небесныя тѣла,, закону Ньютона, т. е. притягиваются обратно пропорціонально квадрату разстоянія. Интересуясь этимъ вопросомъ, я развилъ самъ нѣсколько далѣе нѣкоторыя свои соображенія, высказанныя въ статьѣ о вліяніи кривизны поверхности насыщенныхъ паровъ жидкостей **) и пришелъ при этомъ къ тому заключенію, что n не можетъ быть болѣе 4-хъ. Все это вмѣстѣ взятое, заставляетъ меня сомнѣваться въ истинности основной гипотезы de Heen'a, по которой получаются слишкомъ большія величины для n. Пользуясь формулой (9) мы видимъ все таки, что n равно не 7, какъ выводитъ de Heen, а всего только 5, но и эта величина по всей вѣроятности слишкомъ велика.

Если мы примемъ, согласно съ Sutherland'омъ, что молекулы притягиваются обратно пропорціонально 4-ой степени разстоянія, то уравненіе (9) даетъ намъ:

$$m=\frac{4+2}{3}=2.$$

Подставляя эту величину для m въ уравненіе (12), мы получимъ:

$$v=\frac{1}{1-\alpha t}.$$

А это есть ничто иное какъ уравненіе Менделѣева. Мы видимъ такимъ образомъ, что формула Менделѣева является частнымъ случаемъ общей теоріи de Heen'a.

Уравненіе (12) показываетъ намъ, что когда знаменатель подкоренной величины сдѣлается равнымъ нулю, то v будетъ равно ∞. Это значитъ, что для каждой жидкости должна существовать нѣкоторая температура, выше которой данное тѣло не можетъ представляться болѣе въ жидкомъ состояніи, т. е. что каждой жидкости присуща нѣкоторая критическая температура t_k. Но эту критическую температуру t_k нельзя все таки опредѣлить изъ формулы (12), полагая знаменатель подкоренной величины равнымъ нулю, такъ какъ это уравненіе не въ состояніи передать, какъ напримѣръ формула Авенаріуса, расширенія жидкостей во всемъ интервалѣ температуры, въ которомъ существованіе жидкости еще возможно, и при очень высокихъ температурахъ теорія de Heen'a не даетъ уже болѣе хорошаго согласія съ наблюденіями. Въ виду этого обстоятельства теорію de Heen'a никакъ нельзя признать общей теоріей расширенія жидкостей, тѣмъ болѣе, что и показатель m не остается для всѣхъ жидкостей величиной строго постоянной ***).

---

*) P. Bohl. Das Gesetz der molecularen Attraction. Wied. Ann. 36. p. 334. 1889.

**) B. Galitzine. Ueber der Einfluss der Krümmung der Oberfläche einer Flüssigkeit auf die Spannkraft ihres gesättigten Dampfes.
Wied. Ann. 35. p. 200. 1888.

***) См. Grimaldi. Rend. della R. Acc. dei Lincei 1886. p. 244; Beibl. XI. p. 138. De Heen. Bull. de l'Ac. R. de Belgique. (3). II. p. 545. 1886. Beibl. XI. p. 228.

Если-бы m было меньше 1, то объемъ жидкости v возрасталъ-бы непрерывно вмѣстѣ съ температурой, не переходя при этомъ ни при какой конечной температурѣ чрезъ ∞, т. е. не было-бы у жидкостей критическаго состоянія. Можно еще ради любопытства замѣтить, что если въ формулѣ de Heen'a (уравненіе 12) положить $m=0$, то получимъ законъ Гей-Люссака для газовъ:

$$v=1+at.$$

Б. Голицынъ (Страсбургъ).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

Гальваническіе элементы Э. К. Шпачинскаго.

(*Продолженіе*)*).

Описанныя въ предыдущей статьѣ гальваническія бутылки съ самонаростающимъ свинцовымъ электродомъ, помимо неоспоримыхъ преимуществъ, обусловливаемыхъ ихъ внѣшнимъ видомъ и простотою конструкціи, имѣютъ однакожъ серьезный недостатокъ: внутреннее сопротивленіе ихъ очень значительно, въ особенности въ началѣ пока еще возлѣ обнаженнаго конца изолированной проволоки образовалось мало губчатаго свинца. А такъ какъ и электровозбудительная сила комбинаціи: цинкъ, растворъ нашатыря и свинецъ не особенно высока, то любитель, соорудившій гальваническую бутылку по указаніямъ предыдущей статьи, легко можетъ прійти къ разочарованію на томъ основаніи, что только что изготовленная бутылка даетъ слабый токъ. Но я еще разъ прошу обратить вниманіе на то обстоятельство, что по мѣрѣ возстановленія свинца сила тока, даваемаго бутылкою, будетъ возрастать и это улучшеніе будетъ продолжаться сравнительно очень долго. А такъ какъ въ большинствѣ случаевъ дожидаться этого улучшенія вовсе не желательно, а хотѣлось бы сразу имѣть требуемое дѣйствіе, то—кромѣ средства, которое я предлагаю ниже—рекомендую въ началѣ употреблять нѣсколько бутылокъ, соединенныхъ параллельно, или въ послѣдовательно-параллельныя группы, а потомъ, по мѣрѣ уменьшенія сопротивленія, число взятыхъ бутылокъ можно будетъ и уменьшить.

Но, при той же химической комбинаціи, можно увеличить значительно силу тока инымъ способомъ. Для этого стоитъ только увеличить поверхность возстановляемаго электрода, т. е. ту поверхность, которою мы до сихъ поръ пренебрегали. Я имѣю основанія предполагать, что далеко не всѣ любители, и даже конструкторы элементовъ, понимаютъ что происходитъ когда увеличена поверхность того электрода, на которомъ освобождается водородъ; поэтому для выясненія нижеслѣдующаго позволю себѣ опять возвратиться къ схематическому изображенію основного элемента

A | B | C.

*) См. „Вѣстникъ" №№ 72, 73.

Электровозбудительная сила, какъ извѣстно, не зависитъ отъ величины поверхностей А (цинка) и С (второго электорода), но *сила* тока, пропорціональная *количеству* протекающаго электричества, обусловливается величиною этихъ поверхностей. Чтобы нагляднѣе объяснить почему это такъ, предположимъ, что поверхности А и С равны и *вездѣ* параллельны. На практикѣ, конечно, такого случая не бываетъ, ибо даже при равенствѣ поверхностей электродовъ разстоянія между ихъ соотвѣтственными частями не могутъ быть одинаковы. Но мы вообразимъ напр., что двѣ совершенно равныя пластинки А и С погружены въ жидкость В параллельно и что боковыя и заднія ихъ грани покрыты какимъ нибудь изолирующимъ веществомъ. При такихъ условіяхъ, очевидно, каждому элементу поверхности А будетъ соотвѣтствовать равный ему элементъ поверхности С и извѣстный столбъ жидкости В, а такъ какъ разстояніе между соотвѣтственными элементами, т. е. высоты всѣхъ такихъ столбовъ жидкости равны, то и сопротивленіе, представляемое прохожденію тока этой жидкостью, вездѣ одинаково, и стало быть въ извѣстный промежутокъ времени каждый такой элементъ разовьетъ одинаковое количество электричества, и если число элементовъ есть *n*, и каждый даетъ въ единицу времени количество *q* электричества, то общее количество электричества, даваемое поверхностями электродовъ А и С въ такую же единицу времени будетъ *nq*. Слѣдовательно въ этомъ идеальномъ случаѣ количество электричества будетъ прямо пропорціонально поверхности С. Увеличимъ теперь поверхность С вдвое, не измѣняя величины поверхности А. При этомъ прежней пропорціональности уже не будетъ, если употребляемъ электроды по прежнему въ формѣ паралельныхъ пластинокъ, ибо вновь прибавленные къ поверхности С (напр. на задней ея сторонѣ) *n* элементовъ будутъ уже иначе расположены относительно элементовъ А, разстояніе ихъ отъ А, вообще говоря, будетъ больше, и слѣдовательно количество электричества въ единицу времени увеличится меньше чѣмъ на *nq*. Отсюда видимъ, что вообще, если поверхность электрода С въ *k* разъ больше активной поверхности А, то количество электричества не будетъ въ *k* разъ больше того, какое могъ бы развить тотъ же элементъ при равныхъ поверхностяхъ обоихъ электродовъ.

Но, не смотря на это, элементъ съ большею поверхностью электрода С все таки развиваетъ большее количество электричества, и потому на практикѣ стараются эту поверхность увеличить до возможнаго предѣла. Чтобы вполнѣ разъяснить какимъ образомъ увеличеніе поверхности С вліяетъ на увеличеніе силы тока, вспомнимъ то, что было сказано о поляризаціи. Ею, очевидно, будетъ обусловливаться то количество электричества *q*, которое развиваетъ въ конечную единицу времени каждая пара соотвѣтственныхъ элементовъ поверхностей А и С (въ случаѣ равенства и параллельности этихъ поверхностей), но такъ какъ мы разсматриваемъ *простой* элементъ А | В | С, въ которомъ ненужный продуктъ (обыкн. водородъ) электролиза не устраняется, то, благодаря поляризаціи всей поверхности С въ первую единицу времени, напр. въ первую секунду дѣйствія тока, во вторую секунду теченіе элекричества уже будетъ происходить подъ вліяніемъ меньшей электродвигательной силы, ■ каждая пара соотвѣтственныхъ элементовъ поверхностей А и

С разовьетъ поэтому количество электричества не q, а меньше.—Посмотримъ теперь что произойдетъ въ случаѣ преобладанія поверхности электрода С надъ активною поверхностью электрода А; пусть напримѣръ, каждому элементу a поверхности цинка соотвѣтствуетъ два равные ему по площади элемента c и c' поверхности С, при чемъ пусть ближайшій къ a элементъ есть c. Тогда къ первую единицу времени элементъ a | В | c успѣетъ сильнѣе поляризоваться чѣмъ элементъ a | В | c', потому что въ послѣднемъ, по причинѣ большаго разстоянія между a и c', т. е. большаго сопротивленія слоя жидкости, электролизъ будетъ произведенъ токомъ меньшей силы. Слѣдовательно къ концу первой единицы времени элементы c и c' оказались бы неодинаково поляризованными, если бы они не были сообщены между собою, и потому они сами образовали бы второй элементъ c | В | c', въ которомъ токъ шелъ бы отъ c къ c' черезъ В. Обыкновенно элементы c и c' сообщены между собою, ибо составляютъ части одного и того же электрода С, и потому этотъ вторичный гальваническій элементъ c | В | c' начинаетъ дѣйствовать съ момента начала поляризаціи c, и въ результатѣ этого дѣйствія въ концѣ извѣстнаго промежутка времени поляризація распредѣлится болѣе равномѣрно на c и c', а за то элементъ a | В | c разовьетъ больше электричества, чѣмъ при отсутствіи поверхности c'. Отсюда видимъ, что увеличеніе поверхности С до извѣстнаго срока вліяетъ совершенно такъ, какъ и введеніе деполяризатора, и что всякій гальваническій элементъ, имѣющій электродъ С большей поверхности, схематически можетъ быть представленъ такъ:

А | В | С | В | С | В | С | В | С и т. д. . . . . . (δ)

т. е. какъ рядъ простыхъ элементовъ, въ которыхъ поляризація будетъ распространяться послѣдовательно. Теперь, я надѣюсь, для читателей вполнѣ понятно, почему при кратковременныхъ дѣйствіяхъ тока такъ выгодно употреблять элементы съ большою поверхностью С: поляризація въ нихъ не дойдетъ до конца, т. е. до самыхъ отдаленныхъ частей поверхности, и если—какъ это обыкновенно бываетъ—электродъ С и жидкость В сообщаются съ атмосфернымъ воздухомъ, то въ промежутокъ бездѣйствія тока вся поверхность С успѣетъ деполяризоваться кислородомъ воздуха. При этомъ очень важную роль играетъ и сопротивленіе внѣшней цѣпи: чѣмъ онъ больше, тѣмъ меньше будетъ сила тока въ цѣпи, т. е. тѣмъ меньшее количество электролита будетъ разложено въ элементѣ и, слѣдовательно, тѣмъ медленнѣе будетъ происходить поляризація. Итакъ элементы съ увеличенною до возможности поверхностью электрода С выгодно употреблять при прерывномъ кратковременномъ дѣйствіи тока, напр. при электро-сигнализаціи, въ особенности если сопротивленіе внѣшней цѣпи значительно, и это выгодно именно потому, что деполяризація въ такомъ случаѣ совершается обыкновенно на счетъ кислорода воздуха.—Напротивъ, когда нужны элементы для непрерывнаго дѣйствія тока и въ особенности при незначительномъ внѣшнемъ сопротивленіи, тогда деполяризація кислородомъ воздуха немыслима, какъ слишкомъ медленная, и потому увеличеніе поверхности С не играетъ столь важной роли; въ этомъ случаѣ гораздо выгоднѣе

при употребленіи хорошей деполяризаціи увеличить, наоборотъ, активную поверхность цинка.

Разсмотримъ наконецъ преимущества увеличенія поверхности электрода C не въ простомъ, а въ сложномъ элементѣ съ деполяризаторомъ

$$A \mid B \mid D \mid E \mid C \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\alpha)$$

Здѣсь мы опять наталкиваемся на рутинное мнѣніе, будто деполяризаторъ D необходимо помѣщать *между* электродами A и C. На самомъ дѣлѣ это только привычка конструкторовъ, ведущая нерѣдко къ различнымъ неудобствамъ формы и расположенія составныхъ частей. Между тѣмъ для деполяризатора D существуетъ только одно обязательное условіе, касательно его расположенія въ элементѣ: *онъ долженъ такъ или иначе быть приведенъ въ сообщеніе съ поляризующимся электродомъ* C, а помѣщенъ ли онъ внутри или внѣ межэлектроднаго пространства—это не такъ важно.

Пользуясь этимъ замѣчаніемъ, я вижу возможность соединить въ одномъ элементѣ преимущества обоихъ типовъ, т. е. и придать электроду C большую поверхность, на случай кратковременнаго прерывнаго дѣйствія, и прибавить надежный деполяризаторъ, на случай непрерывной работы тока. Представителемъ перваго типа мы всѣ прывыкли считать элементъ Лекланше, а потому—ради разъясненія предлагаемаго мною усовершенствованія на примѣрѣ—займемся передѣлкою этого элемента.

Высокая электровозбудительная сила элемента Лекланше зависитъ отъ комбинаціи: цинкъ, растворъ нашатыря и уголь (перекись марганца въ формѣ пиролюзита не играетъ въ этомъ отношеніи никакой роли). Оставимъ эту комбинацію безъ измѣненія, т. е. возьмемъ въ растворѣ нашатыря одинъ электродъ изъ цинка, другой возможно большихъ размѣровъ—изъ прессованнаго угля. Далѣе—откажемся отъ деполяризаціи воздухомъ и перекисью марганца, какъ слишкомъ медленными, и употребимъ для той-же цѣли сурикъ, или еще лучше перекись свинца. Но помѣщать сурикъ между цинкомъ и углемъ—слишкомъ затруднительно (хотя конечно можно) и вовсе для насъ не обязательно. Мы его попросту насыпемъ на дно сосуда, а чтобы растворимость его въ жидкости не портила намъ цинка, мы отдѣлимъ его отъ цинка и угля слоемъ хотя бы той-же перекиси марганца, но не въ кускахъ, а въ порошкѣ. Это составитъ достаточно хорошую пористую перегородку, которая впрочемъ не будетъ увеличивать внутренняго сопротивленія элемента, когда онъ дѣйствуетъ лишь прерывно. Теперь остается привесть въ постоянное соприкосновеніе нашъ угольный электродъ съ сурикомъ и—закупорить элементъ герметически, во избѣжаніее выдѣленія амміачнаго газа и ползучихъ селей.

Фиг. 9.



Такъ усовершенствованный или лучше сказать упрощенный элементъ Лекланше, можетъ быть сооруженъ въ любомъ сосудѣ; въ немъ расходуется цинкъ, растворъ нашатыря и сурикъ, но не уголь, составляющій самую дорогую его составную часть. На прилагаемомъ рисункѣ (фиг. 9) изображенъ въ разрѣзѣ такой элементъ, который я приготовилъ въ большой банкѣ,

воспользовавшись угольною призмою, взятою изъ элемента Бунзена*). Разсмотримъ его теорію. Такъ какъ между частицами цинка и угля разстояніе меньше чѣмъ между цинкомъ и сурикомъ, и нѣтъ пористой перегородки, то въ первые моменты дѣйствія тока электровозбудительная сила обусловливается углемъ, а не свинцомъ, а деполяризація (неполная) происходитъ, какъ разъяснено выше, на счетъ большой поверхности угля. Затѣмъ уголь поляризуется, электровозбудительная сила падаетъ. Если послѣ этого элементу дать промежутокъ времени для отдыха, то уголь, сообщенный съ сурикомъ (или непосредственно, какъ на рисункѣ, или проволокою) и играющій по отношенію къ нему (или къ перекиси свинца) а также по отношенію къ перекиси марганца роль отрицательнаго электрода, благодаря поляризаціи, успѣетъ за это время деполяризоваться (хотя не идеально, строго говоря), послѣ чего реакціи внутри элемента прекратятся до слѣдующаго замыканія тока. Если же требуется продолжительное дѣйствіе тока, то очевидно вслѣдствіе возрастающей поляризаціи угля электровозбудительная сила элемента понизится, и наступитъ моментъ, начиная съ котораго онъ превратится въ цинко-свинцовый, дающій постоянный токъ, слегка возростающій, какъ и въ гальванической бутылкѣ, вслѣдствіе наростанія свинцоваго электрода. Въ этомъ случаѣ уголь будетъ играть только роль проводника.

Примѣнить эту систему къ бутылкѣ—я не пробовалъ, ибо не считаю удобнымъ сооружать внутри ея угольный электродъ, значительной поверхности. Взамѣнъ этого я употребилъ *олово*, которое въ формѣ тонкихъ листовъ (станіоля) вполнѣ годится чтобы сдѣлать изъ него второй электродъ сообщенный, съ лежащимъ на днѣ сурикомъ или перекисью свинца.

Такимъ образомъ если любитель желаетъ соорудить бутылку по этой болѣе сложной системѣ, но за то и болѣе удобной, онъ долженъ еще вложить въ бутылку поверхъ сурика нѣсколько измятой оловянной бумаги и потомъ уже насыпать второй порошокъ. Въ такомъ случаѣ мѣдную изолированную проволоку можно погружать лишь до соприкосновенія со станіолемъ. Можно также, насыпая въ бутылку сурикъ прибавить къ нему мелко изрѣзанной той-же оловянной бумаги, которая займетъ очень мало мѣста. Кромѣ того что станіоль (не свинцовая, а оловянная бумага) въ ряду Вольты стоитъ дальше отъ цинка чѣмъ свинецъ, и что поэтому электровозбудительная сила въ началѣ дѣйствія тока будетъ нѣсколько выше, мнѣ кажется еще, что прибавленіе олова выгодно и въ томъ отношеніи, что въ присутствіи амміака олово вытѣсняетъ свинецъ изъ окисловъ и слѣдовательно задерживаетъ отчасти ихъ поднятіе до высоты цинка.—Во всякомъ случаѣ бутылка съ оловянной бумагою, благодаря довольно значительной поверхности послѣдней, даетъ сразу по приготовленіи токъ большей силы и въ особенности удобна для сигнализаціи.

Но бѣлая жесть покрыта съ поверхности тѣмъ же оловомъ. Отсюда

---

*) Элементы меньшихъ размѣровъ, вполнѣ пригодные для электрическихъ звонковъ, удобно дѣлать въ такой же формы банкахъ съ угольными цилиндриками въ палецъ толщиною.

прямой выводъ: у кого нѣтъ подъ рукою угольныхъ электродовъ для приготовленія элементовъ по вышеописанной системѣ, и кто желаетъ имѣть элементы, развивающіе большее количество электричества, чѣмъ простая гальваническая бутылка, тотъ можетъ прибѣгнуть къ обыкновенной жести, которая и дешево стоитъ, и поддается легко выдѣлкѣ въ различной формы сосуды, цилиндры и пр.

О приготовленіи гальваническихъ жестянокъ и батарей—поговоримъ ниже. *Ш*.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новый приборъ Пуатвена для демонстраціи смѣшенія цвѣтовъ спектра представляетъ собою усовершенствованіе всѣмъ извѣстнаго Ньютоновскаго цвѣтного кружка. Неудобство этого послѣдняго заключается въ его неубѣдительности, ибо какъ бы тщательно не былъ раскрашенъ этотъ кружекъ семью цвѣтами спектра, при вращеніи его зритель получаетъ впечатлѣніе не вполнѣ *бѣлаго* цвѣта, а скорѣе какого то неопредѣленно сѣраго. Пуатвенъ (адъюнктъ физики въ одномъ изъ Парижскихъ лицеевъ) устранилъ это неудобство, замѣнивъ искусственные цвѣта натуральными цвѣтами спектра. Его кружекъ имѣетъ двѣ щели по направленіямъ радіусовъ одного діаметра, позади которыхъ расположены симметрично двѣ призмы. При вертикальномъ положеніи кружка лучи свѣта, направленные на него, проходятъ только сквозь щели, разлагаются призмами, и на вертикальномъ экранѣ, поставленномъ позади, получается два спектра, діаметрально расположенные. При достаточно быстромъ вращеніи кружка глазъ увидитъ на экранѣ совершенно бѣлую кольцеобразную полосу, происшедшую отъ смѣшенія впечатлѣній отъ всѣхъ цвѣтовъ спектра. Рисунокъ этого демонстративнаго прибора, съ обыкновеннымъ приспособленіемъ для вращенія, изготовленнаго Демишелемъ, читатели могутъ найти въ № 849 франц. журнала „La Nature", за текущій годъ, стр. 237*).

Новые опыты надъ явленіями капиллярности, на которые недавно обратили вниманіе гг. Ванъ-деръ-Менсбурггъ и Ф. Леконтъ, заключаются въ слѣдующемъ.

Вырѣжемъ изъ тонкой бумаги (напр. почтовой) прямоугольникъ длиною приблизительно въ 7 цм., шириною - въ 3 цм. и заломимъ его посрединѣ такъ, чтобы образовался двугранный уголъ въ 45°. Такъ согнутую бумажку положимъ одною гранью на поверхность воды; тогда замѣтимъ, что несмоченная грань сначала будетъ наклоняться въ сторону смоченной, а потомъ, наборотъ, будетъ приподыматься, уголъ между гранями будетъ постоянно увеличиваться до 180° и наконецъ нашъ

*) Напомню кстати, что въ статьѣ г. Нечаева: „Къ синтезу спектра", помѣщенной въ № 70 „Вѣстника" (стр. 206, сем. VI), указано между прочимъ какъ можно удобно демонстрировать опытъ смѣшенія натуральныхъ цвѣтовъ спектра при употребленіи прибора г. Розенберга.

прямоугольникъ вполнѣ развернется и весь будетъ на водѣ. Первоначальное наклоненіе зависитъ отъ того, что нижняя грань коробится отъ всасыванія воды, выпуклостью внизъ, при чемъ уголъ въ заломѣ еще не измѣняется; потомъ когда вода начнетъ проникать въ поры ребра и нижняя грань, промокши насквозь, опять станетъ выпрямляться, верхняя грань будетъ отклоняться назадъ пока совсѣмъ не ляжетъ на поверхность воды.

Вообще взякій заломъ тонкихъ пористыхъ пластинокъ или стержней, начинаетъ выравниваться коль скоро его смачиваетъ жидкость. На этомъ основаніи можно дѣлать очень много интересныхъ и простыхъ опытовъ съ бумажками, соломинками, спичками и пр.

Въ жизни растеній эти явленія волостности играютъ очевидно далеко не маловажную роль. Благодаря просачиванію растительныхъ соковъ, всякій случайный заломъ листьевъ и тонкихъ стеблей выравнивается самъ собою, и растеніе залечиваетъ, такъ сказать, свои поврежденія. Быть можетъ этимъ свойствомъ обусловливается отчасти замѣчательная прочность и стойкость различныхъ вѣточекъ и стебельковъ, повидимому столь нѣжныхъ и не крѣпкихъ. Даже само разбуханіе пористыхъ тѣлъ при ихъ пропитываніи жидкостью зависитъ не только отъ проникновенія этой жидкости въ поры, но еще и отъ выравниванія всякихъ смоченныхъ заломовъ, что влечетъ за собою увеличеніе самихъ поръ.

Ш.

ЗАДАЧИ.

№ 488. Уничтожить ирраціональность въ знаменателѣ дроби

$$\frac{a}{\sqrt[k]{b}\pm\sqrt[k]{c}}$$

гдѣ k есть цѣлое и положительное число. Разсмотрѣть четыре случая.

М. Чубинскій (Короча).

№ 489. Опредѣлить поверхность фигуры, происшедшей отъ вращенія круга около оси, лежащей внѣ круга, въ одной плоскости съ послѣднимъ.

Н. Шимковичъ (Харьковъ).

№ 490. Рѣшить систему

$$(x+y)(xy+1)=mxy$$

$$(x^2+y^2)(x^2y^2+1)=nx^2y^2.$$

Я. Тепляковъ.

№ 491. Дана окружность O и прямая MN, не пересѣкающаяся съ ней. Требуется провести прямую, наклонную къ MN подъ угломъ α такъ, чтобы она, пересѣкаясь съ окружностью въ точкахъ A и B, въ точкѣ B дѣлилась пополамъ.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 492. Построить треугольникъ по основанію, углу противъ основанія и суммѣ площадей: квадрата, построеннаго на другой сторонѣ и прямоугольника, построеннаго на этой сторонѣ и на третьей.

С. Кричевскій (Ромны).

№ 493. Полагая

$$S=\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\ .\ .\ .\ .\ .\ +\sqrt{m}+\ .\ .\ .\ .\ .\ +\sqrt{m^2+2m},$$

найти предѣлъ выраженія $\frac{S}{m^3}$ при $m=\infty$.

С. Шатуновскій (Кам.-Под.)

№ 494. Вписать въ данную окружность треугольникъ, стороны котораго проходили бы чрезъ три даныя точки. (Задача Castillon'a).

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 338. Отецъ сказалъ сыну: „въ моемъ бумажникѣ находится теперь ровно 100 рублей; тамъ есть рублевки, трехрублевки и пятирублевки, всего 30 штукъ кредитныхъ билетовъ; угадай сколько тамъ рублевокъ— тогда онѣ твои". Сынъ занялся рѣшеніемъ задачи и потомъ отвѣтилъ: угадать невозможно, ибо Ваша задача имѣетъ 12 рѣшеній".—„Тогда я прибавляю еще одно условіе—сказалъ отецъ—а именно: числа рублевокъ, трехрублевокъ и пятирублевокъ кратны между собою". Рѣшивъ задачу при этомъ условіи, сынъ отвѣтилъ: „и теперь нельзя знать навѣрное сколько у Васъ рублевокъ, ибо задача еще допускаетъ два рѣшенія".— „Представъ ее въ такомъ случаѣ въ видѣ системы уравненій, допускающей только эти два рѣшенія -сказалъ отецъ—тогда получишь твои рублевки согласно тому рѣшенію, въ которомъ ихъ окажется больше." — Спрашивается, сколько рублевокъ отецъ желалъ подарить сыну?

Если x, y и z суть числа рублевокъ, трехрублевокъ и пятирублевокъ, то

$$x+y+z=30$$

и

$$x+3y+5z=100.$$

Исключая отсюда z, найдемъ

$$2x+y=25$$

и

$$x=12-m,\ y=1+2m,\ z=17-m,$$

гдѣ

$$12>m>-\frac{1}{2}.$$

значенія m будутъ: 0,1,.....10,11, тогда

$$x=12,\ 11,\ 10,\ 9,\ 8,\ 7,\ 6,\ 5,\ 4,\ 3,\ 2,\ 1;$$
$$y=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19,\ 21,\ 23;$$
$$z=17,\ 16,\ 15,\ 14,\ 13,\ 12,\ 11,\ 10,\ 9,\ 8,\ 7,\ 6.$$

Если выбрать кратныя значенія для x, y, z, то получимъ

$$x=5,\ 10;$$
$$y=15,\ 5;$$
$$z=10,\ 15.$$

Составимъ уравненіе, которое допускало бы только эти два рѣшенія. Пусть

$$x=tx_1,\ y=ty_1 \text{ и } z=tz_1.$$

Тогда

$$t(x_1+y_1+z_1)=30 \text{ и } t(x_1+3y_1+5z_1)=100\ .\ .\ .\ .\ (\alpha)$$

Очевидно, что t есть множитель какъ 30 такъ и 100, слѣд. $t=2$, 5, 10. Но легко видѣть, что при $t=2$ и 10 уравненія (α) не имѣютъ цѣлыхъ рѣшеній; остается система

$$x_1+y_1+z_1=6$$
$$x_1+3y_1+5z_1=20,$$

которая даетъ

$$x_1=2,\ 1.$$

Слѣдовательно

$$x=tx_1=10 \text{ или } 5.$$

Отецъ желалъ дать сыну 10 рублевокъ.

В. Будянскій (Прилуки). Ученики: Кременч. р. уч. (5) *І. Т.*, Ектрсл. г. (6) *А. С.*, Кишин. р. уч. (7) *Д. Л.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 354. Въ Московскомъ учебномъ округѣ въ 1885 г. на испытаніяхъ зрѣлости была предложена по алгебрѣ слѣдующая запасная тема. „Два каменьщика, изъ коихъ второй начинаетъ работать $1^1/_2$ днями „позже перваго, могутъ выстроить стѣну въ 7 дней. Если бы эта работа „была поручена каждому отдѣльно, то первому для ея совершенія понадобилось бы тремя днями болѣе, чѣмъ второму. Во сколько дней каждый изъ нихъ отдѣльно выстроитъ стѣну?“

Рѣшить эту задачу простѣйшимъ способомъ.

Если для совершенія работы первому требуется тремя днями болѣе, чѣмъ второму, то для совершенія половины работы ему понадобится на $1^1/_2$ дня болѣе, чѣмъ второму для той же цѣли.—Обратно, если извѣстно, что первый потратилъ на сооруженіе стѣны на $1^1/_2$ дня больше, чѣмъ второй, то это обстоятельство указываетъ, что каждый работникъ сдѣлалъ половину стѣны втеченіе того времени, которое онъ употребилъ

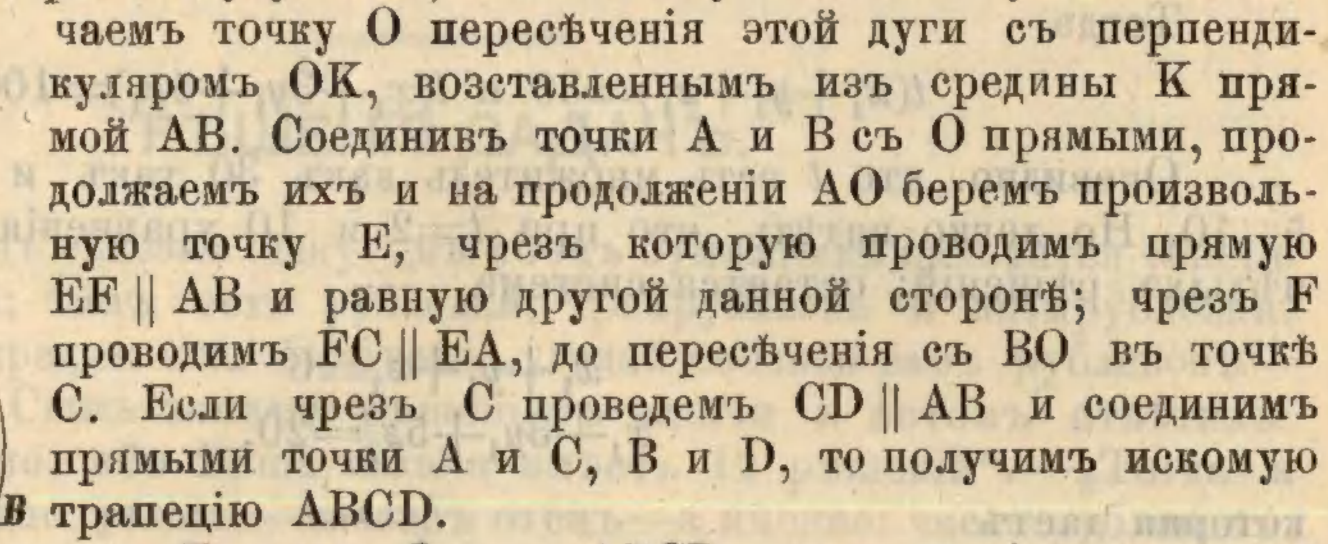
на свою работу. Изъ условія задачи видно, что первый работникъ работалъ 7 дней; слѣд. онъ отдѣльно всю стѣну можетъ выстроить въ 14 дней, а второму для этой цѣли потребуется 11 дней, такъ какъ онъ можетъ окончить подобную работу тремя днями раньше, чѣмъ первый.

А. Корвинъ-Кучинскій и *Махинъ* (Ворон.), *Г. Елисѣевъ* и *Ст. Вронскій* (Севастополь), *Л-б-в-к-въ* (См), *И. К.* (Спб.), *С. Охлобыстинъ* (Ив.-Возн.), *В. Будянскій* (Прилуки), *Семеновъ* (Кронштадтъ). Ученица 7 кл. Кіев. Минист. ж. г. *Н. Живоглядова*. Ученики: 1-й Кіев. г. (7) *А. Шлж.*, 2-й Кіев. г. (7) *В. М.*, Спб. Ек. ц. уч. (6) *В. М.*, Симб. к. к. (7) *М. Ө. Б.*, Короч. г. (5) *Н. М.*, Вор. к. к. (6) *Г. У.*, Новоз. р. уч. (7) *М. Н.*, Мог.-Под. р. уч. (6) *Е. Ф.*, Камыш. р. уч. (?) *А. О.* Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *П. Е.*, Тифл. р. уч (7) *Н. П.*

№ 382. Построить равнобочную трапецію по даннымъ ея параллельнымъ сторонамъ и по углу между діагоналями.

На прямой АВ (фиг. 10), равной одной изъ данныхъ сторонъ трапеціи, нужно начертить дугу АОВ, вмѣщающую данный уголъ. Замѣчаемъ точку О пересѣченія этой дуги съ перпендикуляромъ ОК, возставленнымъ изъ средины К прямой АВ. Соединивъ точки А и В съ О прямыми, продолжаемъ ихъ и на продолженіи АО беремъ произвольную точку Е, чрезъ которую проводимъ прямую EF || AB и равную другой данной сторонѣ; чрезъ F проводимъ FC || EA, до пересѣченія съ ВО въ точкѣ С. Если чрезъ С проведемъ CD || AB и соединимъ прямыми точки А и С, В и D, то получимъ искомую трапецію ABCD.

Фиг. 10.



Доказат. Фигура ABCD есть трапеція, такъ какъ по построенію DC || AB, и AB=одной изъ сторонъ трапеціи. По построенію же и четыреугольникъ DCEF есть параллелограмъ, и потому DC=EF=другой сторонѣ трапеціи. Уголъ АОВ между діагоналями AD и BC равенъ данному, такъ какъ его вершина О лежитъ на дугѣ АОВ, по построенію вмѣщающей на АВ данный уголъ. Изъ равенства треугольниковъ АОК и ВОК слѣдуетъ, что AO=OB, а изъ равенства треугольниковъ CON и DON, что OC=OD, слѣдовательно

треуг. АОС=треуг. BOD,

отсюда

AC=BD.

А. Колтановскій (Немировъ), *И. Чуприна* (Кіевъ), *М. Велицкій* (Новозыб.), *С. Кричевскій* (Харьковъ), *С. Вронскій* (Севастополь). Ученики: Курск. г. (5) *А. Ш.*, (6) *В. Х.*, (8) *А. П.*, Кам.-Под. г. (8) *А. Р.*, 1-й Кіевск. г. (8) *А. Шлж.*, Кременч. р. уч. (5) *І. Т.*, Ворон. к. к. (6) *Н. В.*, 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Полт. Дух. Сем. (4) *С. З.*, 2-й Кіев. (8) *В. М.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 29 Сентября 1889 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

ПРИСЛАНЫ ВЪ РЕДАКЦІЮ:

СБОРНИКЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

для повторительнаго курса планиметріи

ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНІЕ.

Составилъ

М. Попруженко

преподаватель Михайловскаго Воронежскаго Кадетскаго Корпуса.

Цѣна 45 коп. съ перес. 52 коп.

Воронежъ. 1889.

О РУНДШТУКАХЪ

или

о мѣркахъ для измѣренія количества жидкости въ полной и неполной бочкѣ.

Составилъ **А. МАНУЙЛОВЪ.**

Учитель 1-ой Кишиневской Гимназіи.

2-ое исправленное и дополненное изданіе.

Цѣна **10** коп. съ перес. **13** коп.

Кишиневъ. 1889.

B. GALITZINE. Ueber den Einfluss der Krümmung der Oberfläche einer Flüssigkeit auf die Spannkraft ihres gesättigten Dampfes.

По поводу брошюры г. Волкова: „Логическое исчисленіе". Сообщеніе **П. С. Порѣцкаго.**

О ПРЕЛОМЛЕНІИ СВѢТОВЫХЪ ЛУЧЕЙ

въ срединахъ, ограниченныхъ какими нибудь поверхностями.

А. П. ГРУЗИНЦЕВА.

Харьковъ. 1889.

Каталогъ русскимъ сочиненіямъ по всѣмъ отраслямъ техники, имѣющимся въ продажѣ въ книжномъ магазинѣ **К. Риккера** въ С.-Петербургѣ. (Изданіе 6-ое, дополненное до 1-го ноября 1888 г.).

Katalog der deutschen, französischen und englischen technischen Litteratur (des Jahres 1888) von CARL RICKER. St.-Petersburg 1889.

БОРИСЪ СЕМЕНОВИЧЪ ЯКОБИ.

Историческій очеркъ изобрѣтенія Гальванопластики

составилъ

А. А. ИЛЬИНЪ.

Съ портретомъ и 8 чертежами. С.-Петербургъ. 1889.

КАТАЛОГЪ ИЗДАНІЙ РЕДАКЦІИ

„ВѢСТНИКА ОП. ФИЗИКИ и ЭЛЕМ. МАТЕМАТИКИ“.

№ кат.		Цѣна съ пер.
1)	Ортоцентрическій треугольникъ. *Н. Шимковича.* 1886 г.	— 15 к.
2)	Ученіе о логариѳмахъ въ нов. излож. *В. Морозова.* 1886 г.	— 15 „
3)	Выводъ формулы для разложенія въ рядъ логариѳмовъ. *Г. Флоринскаго* 1886 г.	— 15 „
4)	Комплектъ 12-ти №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^6/_7$ учебн. года (1-й семестръ)	2 р. 50 „
8)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^6/_7$ учебн. года (II-й семестръ)	2 „ 50 „
9)	О землетрясеніяхъ. *Э. Шпачинскаго.* (въ пользу жителей города Вѣрнаго) 1887 г.	— 50 „
10)	Опредѣленіе теплоемкости тѣла по способу смѣшенія при постоянной температурѣ. Пр. *Н. Гезехуса* 1887 г.	— 5 „
11)	Простой способъ опредѣленія высоты плотныхъ кучевыхъ облаковъ *Г. Вульфа.* 1887 г.	— 5 „
12)	Формула простого маятника. Элем. геометрическій и точный выводъ ея. Пр. *Н. Слугинова* 1887 г.	— 5 „
14)	Изъ исторіи ариѳметики. Умноженіе и дѣленіе. *I. Клейбера* 1888 г.	— 20 „
15)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сбошюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе $188^7/_8$ учебн. года (III-й семестръ)	2 „ 50 „
16)	О формулѣ P=MG, съ прилож. 26 задачъ. Пр. *О. Хвольсона* 1888 г.	— 20 „
17)	Объ обратныхъ изображеніяхъ на сѣтчатой оболочкѣ глаза. *О. Страуса.* 1888 г.	— 5 „
18)	Элементарная теорія гироскоповъ. Пр. *Н. Е. Жуковскаго* 1888 г.	— 20 „
19)	Измѣреніе угла встрѣчи свободной поверхности ртути съ поверхностью стекла. *Г. Вульфа.* 1888 г.	— 5 „
20)	Одинъ изъ видовъ метода подобія. *И. Александрова.* 1888 г.	— 5 „
21)	Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теоріи затменій. *I. Клейбера.* 1888 г.	— 20 „
22)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат. (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе $188^7/_8$ учебн. года (IV-й семестръ)	2 „ 50 „
23)	Теорія теплоты *К. Максуэлля.* Переводъ *А. Л. Королькова.* 1888 г.	2 „ 40 „
24)	Абсолютная скала температуръ. *Н Шиллера.* 1888 г.	— 25 „
25)	О нѣкоторыхъ свойствахъ зажигательной кривой. *Г. Вульфа.* 1888 г.	— 20 „
27)	Теорія вѣтряныхъ двигателей. *Р. Штейнгеля.* 1889 г.	1 „ 40 „
28)	Методы рѣшеній ариѳмет. задачъ съ приложеніемъ 80 типичныхъ задачъ. *И. Александрова.* Изд. 3-е 1889 г.	— 35 „
29)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 2-ое полугодіе 1888 г. (V-й семестръ)	2 „ 50 „
30)	Практ. руководство къ изготовленію электрическихъ приборовъ. *С. Р. Боттона.* Пер. со 2-го англ. изд. *П. Прокшина.* 1889 г.	1 „ 40 „
31)	Ариѳметическія начала гармонизаціи. *В. Фабриціуса.* 1889 г.	— 5 „
32)	Что представляютъ собою деформаціонные токи „Брауна“? *П. Бахметьева.* 1889 г.	— 5 „
33)	Лучи электрической силы. *П. Бахметьева* 1889 г.	— 5 „
34)	О гальванопластикѣ. *Н. Успенскаго.* 1889 г.	— 10 „
35)	Комплектъ 12 №№ „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ (сброшюр. въ книгу) за 1-ое полугодіе 1889 г. (VI-й семестръ)	2 „ 50 „